

## 物理実験

## 「落体の運動」

## (はじめに)

これまでの授業の中で、モデル化とシミュレーションについて学んできました。今日から4回の授業では、目に見える物体の運動に応用することで、その効果を学びます。

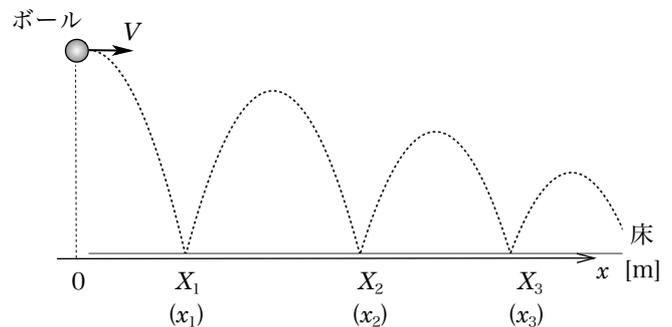
## (対象とする現象)

体育館で、水平投射されたゴルフボールの動きを考えてみよう。水平投射されたボールは、落下して床ではね返される。上方にはね返されたボールは、放物線を描き（斜方投射）、再び床に衝突してはね返される。以後は、この斜方投射と衝突を繰り返していくが、やがて運動が衰え、最終的には静止する。

## (目的)

ゴルフボールの運動を事前にコンピュータで予測し、実験結果との比較をする。また、実験結果をフィードバックしてより良いモデルの構築（最適化）を行う。

この過程を通して、モデル化とシミュレーションについての知識を深める。



## (実験)

実験の流れは、およそ次の通り。

- 1 落下地点の座標を事前にシミュレーションで予測する。（これを**予測値**と言い、 $x_1, x_2, x_3$ で表す。）
- 2 実際に実験を行い、落下地点の座標を測定する。（これを**実測値**と言い、 $X_1, X_2, X_3$ で表す。）
- 3 予測値と実測値の差を最小にするようなモデルを構築する。

## 第1回 落体の運動のモデル化とシミュレーション

### 1. 本日の目標

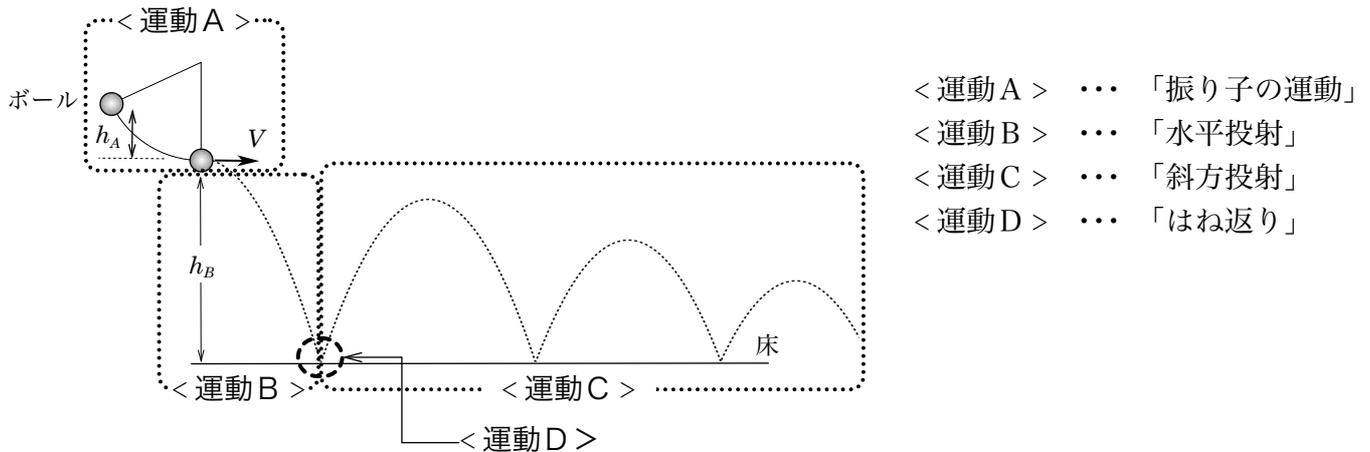
水平投射された物体が床との衝突を繰り返す様子をモデル化し、コンピュータでシミュレーションを行う。

### 2. モデル化

実際には、水平投射されたボールは床との衝突を繰り返し、やがて動きが弱まっていく。動きが弱まっていくのにはさまざまな要因があるが、今回はそれらを見放したモデルを用いる。

### 3. 運動の分割

ボールの運動をその特徴に合わせて、次のように分割して考える。



### 4. 各運動の詳細

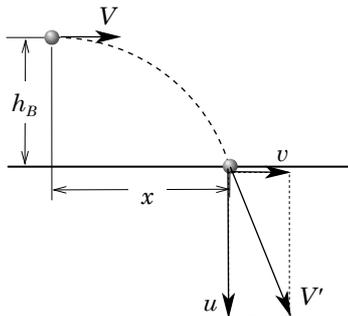
#### <運動A>

一定の速度  $V$  でボールを発射するための装置。力学的エネルギーの保存則から、ボールを最初に持ち上げる高さ  $h_A$  を設定することで、最下点の速度  $V$  を決定できる。

昨日の授業内容から、持ち上げた点における力学的エネルギーの大きさは、( ) + ( )。また、最下点における力学的エネルギーの大きさは、( ) + ( )。この2点で力学的エネルギーの保存則から、速度  $V$  は ( ) である。

#### <運動B>

高さ  $h_B$  から、水平方向に速度  $V$  で投げ出される運動。  $x$  と  $y$  の関係は、  $y = -\frac{g}{2v_0}x^2 + h_B$  である。(教科書 p.36 参照)



床と衝突する直前の速さ  $V'$  は、水平成分  $v$  と鉛直成分  $u$  に分けて考えると、

$$v = ( \quad )$$

$$u = ( \quad )。$$

また、着地するまでの所要時間  $t$  は、

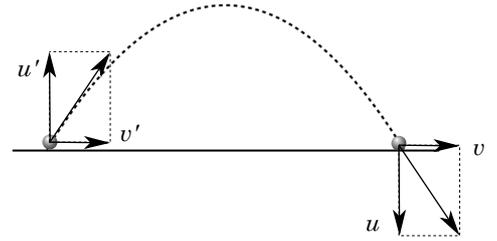
$$t = ( \quad )$$

なので、水平移動距離は、  $L = V\sqrt{2h_B/g}$  となる。

<運動C>

床と衝突したボールは、斜め上方へと飛び出し、斜方投射とよばれる運動をする。

斜め方向に飛び出すときの速度の水平成分を  $v'$ 、鉛直成分を  $u'$  とする。また、落下してきて再び床と衝突する直前の速度の水平成分を  $v$ 、鉛直成分を  $u$  とする。速度の水平成分は変わらないので、 $v = v'$  である。さらに鉛直成分の大きさは、等しいので、 $u = u'$  である。

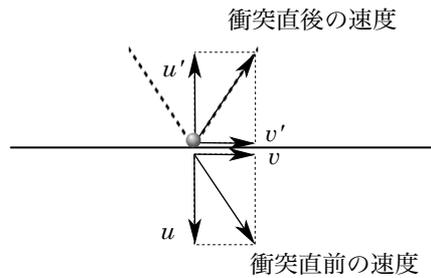


飛び出したボールが床に戻ってくるまでの所要時間  $t$  は、 $t = ( \quad )$

なので、水平移動距離は、 $L = 2u' v' / g$  となる。

<運動D>

床との衝突では、ボールの運動が大きく変化する。「2. モデル化」のところで、運動が弱まっていくさまざまな要因を無視することにした。そのため、衝突前後で速さは変わらないものと仮定する。



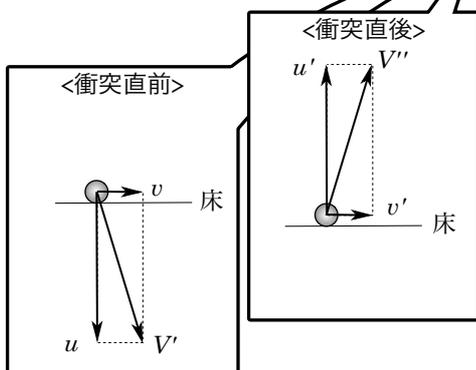
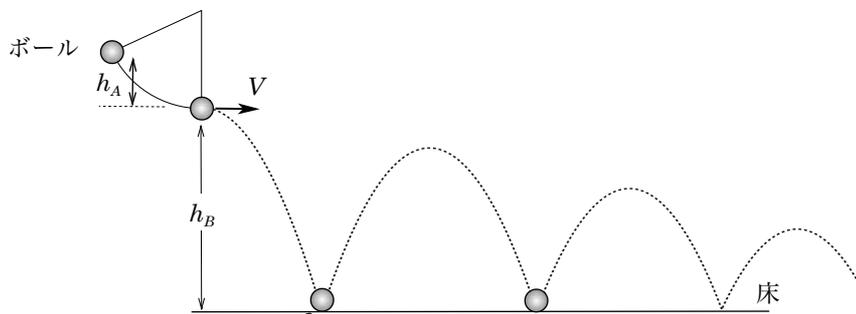
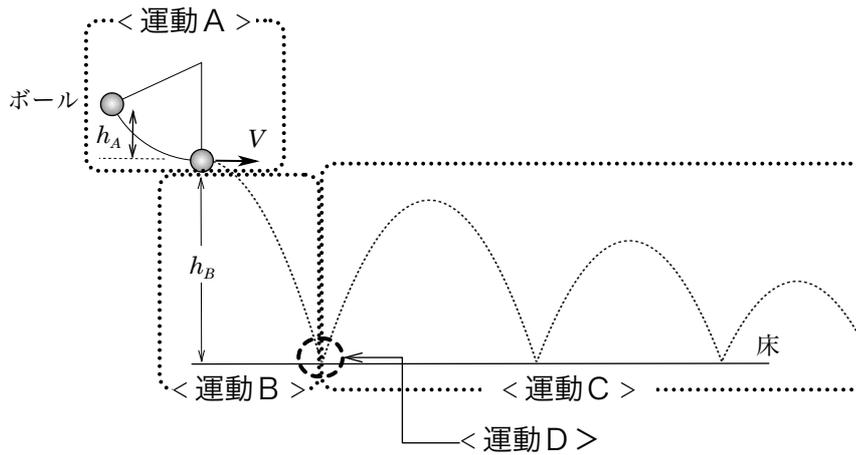
## 第2回 落体の運動のモデル化とシミュレーション (その2) および物理実験

### 1. 本日の目標

前回に引き続き、水平投射された物体が床との衝突を繰り返す様子をモデル化し、コンピュータでシミュレーションを行う。また、発射装置の予備実験を行う。

### 2. モデルの確認

ゴルフボールの運動は、振り子、水平投射、斜方投射、衝突の各運動で構成されている。また、運動を弱めている要因は全て無視をする。



3. 水平投射の軌跡を描く

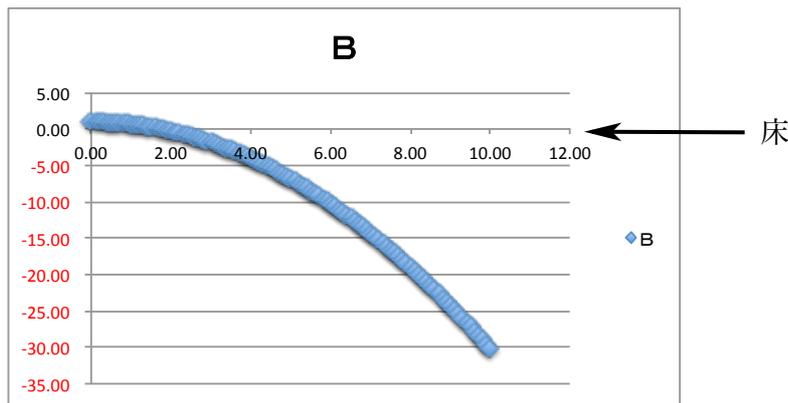
(1) 水平投射の軌跡をグラフ機能で視覚化します。

	A	B	C	
1			運動A(振り子の運動)	
2		高さ $h_A$ [m]	0.80	
3		速度 $V$ [m/s]	3.96	
4				
5				
6			運動B(水平投射)	運動C(糸
7		高さ $h_B$ [m]	0.50	区間1
8	衝突前	水平速度 $v$	3.96	
9		鉛直速度 $u$	3.13	
10		所要時間 $t$ [s]	0.32	
11		移動距離 $L$ [m]	1.26	
12		衝突地点の座標 $x$ [m]	1.26	
13	衝突後	水平速度 $v'$	3.96	
14		鉛直速度 $u'$	3.13	
15				

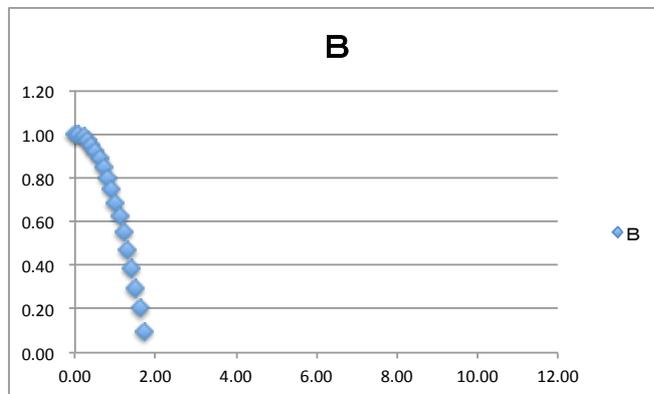
- ① セル C8 は『=C3』と入力する。振り子運動で計算された、最下点の速度  $V$  のことです。
- ② セル C9 は『=SQRT(2\*9.8\*C7)』と入力する。水平投射して、床に衝突する直前の鉛直方向の速さです。
- ③ セル C10 に『=SQRT(2\*C7/9.8)』と入力する。水平投射に要する時間です。
- ④ セル C11 に『=C8\*C10』と入力する。水平投射中の水平移動距離です。
- ⑤ セル C12 に『=C11』と入力する。距離を座標に読み替えただけです。

(2) 軌跡 (グラフ) を描く

- ① セル J7 に『=C\$7-4.9\*(I7/C\$3)^2』と入力します。これは、 $x$ - $y$  の関係を示す式、 $y = h_A - \frac{g}{2V}x^2$  を意味しています。
- ② セル I6~J106 を選択し、散布図のグラフを描く。



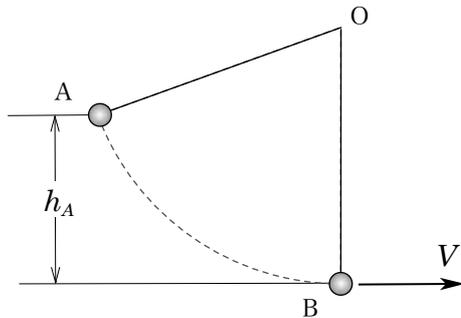
- ③ 縦軸の「軸の書式設定」を選択し、最大値 1.2、最小値 0 に設定する。



## 4. 物理実験「水平投射の発射装置」

(目的) ゴルフボールを水平に発射させる装置を作る。発射速度も設定できるようにする。

(原理) 糸の一端を点Oに固定し、他端にはゴルフボールを取り付けた振り子を用いる。下図のようにゴルフボールを最下点Bからの高さ  $h_A$  の点Aまで持ち上げてから、静かに放すと、ボールは速さを増しながら弧を描き点Bで速さ  $V$  に達する。この瞬間にボールが糸から離れると、ボールは速さ  $V$  で水平に発射されることとなる。



点Bを重力による位置エネルギーの基準として、点Aと点Bで力学的エネルギー保存則より

$$mgh_A + 0 = 0 + \frac{1}{2}mV^2$$

$$V = \sqrt{2gh_A}$$

## (実験1)

上図のような装置を組み、最下点における速さ  $V$  を測定する。速さの測定にあたっては、速度測定装置「ビースピ」を使用する。

## (実験2)

上図のような装置から発射されるボールが、水平に飛び出しているのかをハイスピードカメラを用いて観察する。

## 第4回 落体の運動のモデル化とシミュレーション および物理実験

### 1. 本日の目標

前回の実験結果を振り返り、これまでの流れを検証します。それをもとに、モデル（シミュレーション）の最適化を実施します。

### 2. 実験の振り返り 誤差の原因（実験レポートより）

#### （1） 実験者に原因があると考えられるもの

高さの測定に問題あり

ボールをはなすとき、初速を与えてしまった

水平投射の不完全さ（テープのつけ方、粘着力、糸を当てる棒の位置）

付箋を正確に貼れなかった

バウンド地点（付箋の位置）の読み取り

#### （2） シミュレーション（モデル化）に原因があると考えられるもの

テープがボールのエネルギーを吸収した

はね方（ボールの材質、床の材質、ゴミなどの摩擦）→ 衝突前後で速さが変わる  
空気抵抗

#### （3） ?（理解不能！ 意味がわかりません）

床のはり

ゴルフボールが悪い

床の振動

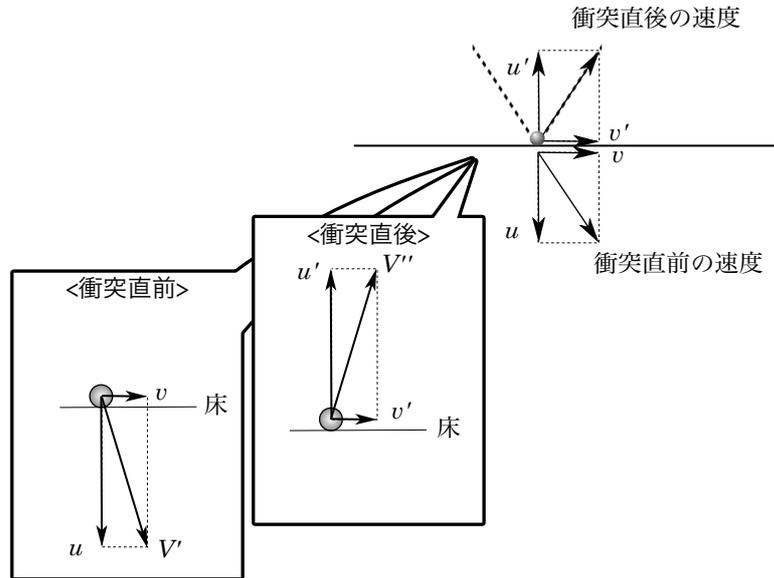
### 3. 精度を高める

#### （1） 人為的な誤差を減らす → 装置の改良

#### （2） シミュレーションの誤差を減らす → モデル（シミュレーション）の改良

モデル化のとき、「運動を弱めている要因は全て無視」しました。このことが誤差を生み出した主要な原因と考えて、次のような新たなモデルを考えます。

**「水平投射された物体は、床との衝突後に斜方投射をする。ただし、床と衝突するときだけ、速度が弱まっていく。」**



① 鉛直方向の速度の変化 (理論的な手法)

高さ  $h$  から自由落下した物体が床に衝突する直前の速さ  $u$  は、自由落下の公式から求められる。

$$u^2 = ( \quad ) \quad \text{より}$$

$$u = ( \quad ) \quad \cdots [1]$$

一方、床からの投げ上げ運動で、初速度  $u'$  と最高到達点  $h'$  の関係は、投げ上げの公式より、

$$0^2 - (u')^2 = -2gh'$$

$$u' = 2gh' \quad \cdots [2]$$

式 [1]、[2] より

=

これを「鉛直方向の減速率 ( $\beta$ )」と呼ぶことにする。

② 経験則を用いる方法 (トライアル&エラー)